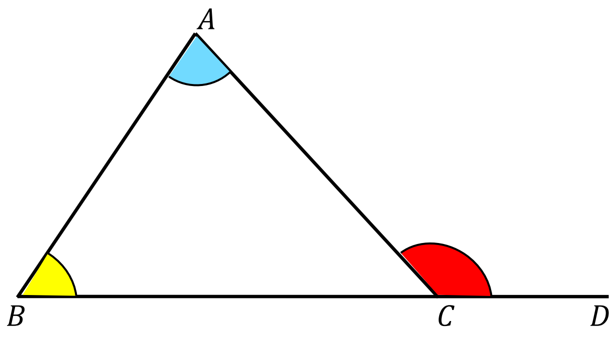
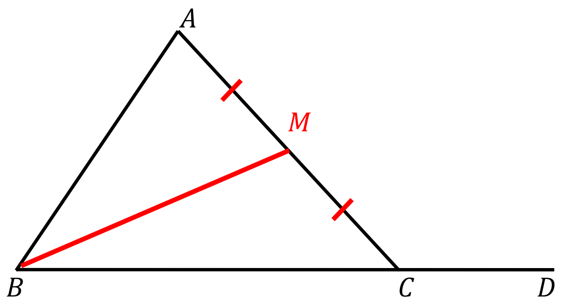
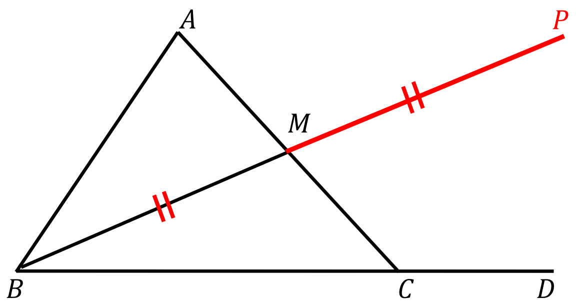
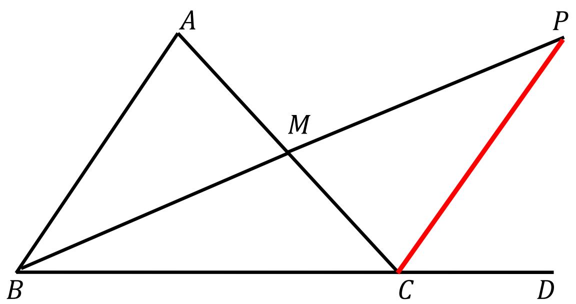
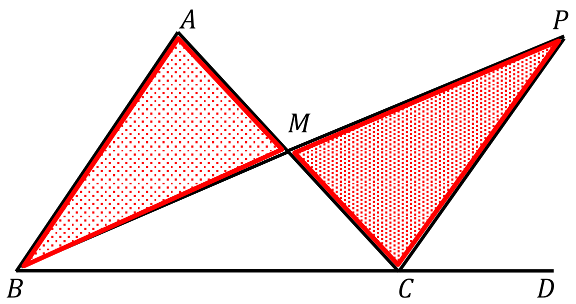
Primo teorema dell'angolo esterno

enunciato	
In ogni triangolo, l'angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni non adiacenti ad esso	
Hp: ABC triangolo $A\hat{C}D$ angolo esterno **Th:** $A\hat{C}D > C\hat{A}B$ e $A\hat{C}D > A\hat{B}C$	

dimostrazione

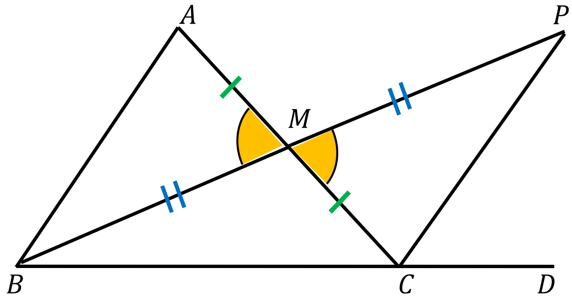
Dimostriamo la disuguaglianza $A\hat{C}D > C\hat{A}B$	
Consideriamo la mediana BM relativa al lato AC.	
Prolunghiamo la mediana BM di un segmento MP congruente ad essa.	
Congiungiamo il punto P con il punto C.	
Consideriamo i triangoli ABM e PMC.	

Primo teorema dell'angolo esterno

Essi hanno:

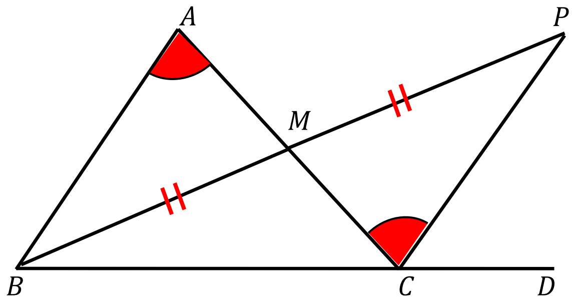
1) $AM \cong MC$ per costruzione
2) $BM \cong MP$ per costruzione
3) $B\widehat{M}A \cong P\widehat{M}C$ perché angoli opposti al vertice

I due triangoli sono quindi congruenti per il primo criterio di congruenza dei triangoli.



Due triangoli congruenti hanno gli elementi corrispondenti congruenti. In particolare sono congruenti gli angoli $M\hat{A}B$ e $M\hat{C}P$ perché opposti a lati congruenti e quindi:

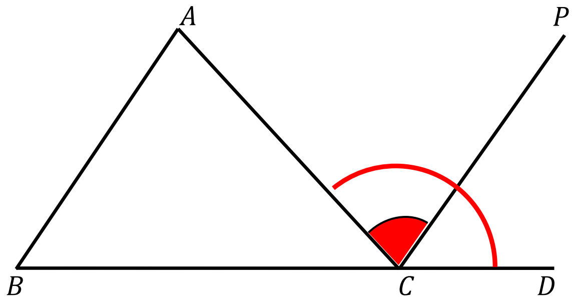
$$C\hat{A}B \cong A\hat{C}P$$



Confrontiamo l'angolo esterno $A\hat{C}D$ con l'angolo $A\hat{C}P$.

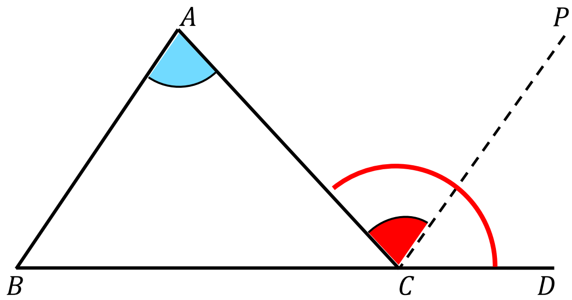
$A\hat{C}D$ è maggiore di $A\hat{C}P$ perché $A\hat{C}P$ è una sua parte, cioè:

$$A\hat{C}D > A\hat{C}P$$

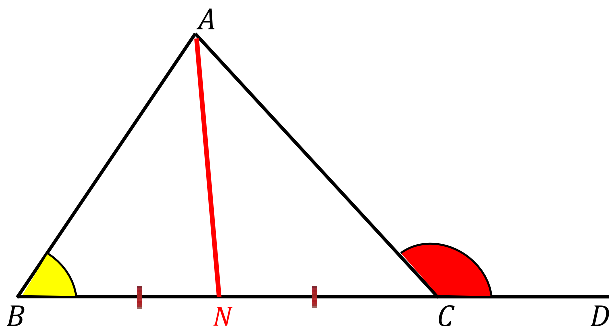


Poiché $A\hat{C}P$ è congruente all'angolo $C\hat{A}B$, si ha la tesi, cioè :

$$\boldsymbol{A\hat{C}D > C\hat{A}B}$$



Per dimostrare che $A\hat{C}D > A\hat{B}C$ si costruisce la mediana AN relativa al lato BC e si procede analogamente al caso precedente.



Dal teorema dell'angolo esterno deriva che:

- in ogni triangolo, la somma di due angoli è minore di un angolo piatto
- un triangolo può avere un solo angolo retto
- un triangolo può avere un solo angolo ottuso
- un triangolo ha almeno due angoli acuti.